

Spezielle Fragen der Mathematikdidaktik: Mathematisches Modellieren und Problemlösen in der Grundschule

Themen- und Literaturliste

Einführung

1. Vorstellung und Verteilung der Themen

Problemlösen (innermathematisch)

I. Theoretische Grundlagen

2. Problemlösen im Mathematikunterricht (2 Sitzungen)

(Literaturarbeit, evtl. mit kleinem Experiment, Beispielaufgaben)

2.1 Begriffliches, Ziele für mathematisches Problemlösenlernen

- Bruder, Regina; Collet, Christina: *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2011, S. 11–26 (Kapitel 2).
- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 65–69.
- Polya, G.: *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. Bern: Francke, 1980³, hier insbesondere die zusammenfassende Tabelle am Ende des Buches: S. 268–269.
- Winter, H.: *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2016³, S. 213–224.
- Zech, Friedrich: *Grundkurs Mathematikdidaktik*. Weinheim und Basel: Beltz, 1998⁹, S. 307–309 (Abschnitte 11.0 und 11.1).
- *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf Hier: S. 6–8 (Abschnitte 1 und 2)
- bifie. *Bildungsstandards Österreich. Themenheft Mathematik „Problemlösen“*. Volksschule Grundstufe I + II. https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_ma_themenheft_problemloesen_2013-05-16.pdf Hier: S. 7–14 (Abschnitt 2)
- *Aufgaben zur Förderung und Beurteilung des Problemlöseverhaltens* http://www.faechnet.erz.be.ch/faechnet_erb/de/index/mathematik/mathematik/unterricht/planungshilfe_prim/problemlöseaufgaben.html

2.2 Heuristiken

- Bruder, Regina; Collet, Christina: *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2011, S. 45–111 (Abschnitte 3.3 bis 3.6): Hier: nur Erläuterung der einzelnen Heuristiken.

- Pfeng, Anita: *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. Heuristische Strategien und Hilfsmittel in der Grundschule*. 2008. http://www.sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/MaterialienIPN/Pfeng_Zahlentreppen.pdf. Hier: Heuristische Strategien, Beispielaufgaben.
- Winter, H.: *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 2016³, S. 190–198 (Anfang des Abschnittes 8.4: Veranschaulichung als Heurismus).
- bifie. *Bildungsstandards Österreich. Themenheft Mathematik „Problemlösen“*. Volksschule Grundstufe I + II. https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_ma_themenheft_problemloesen_2013-05-16.pdf
Hier: S. 33–51 (Abschnitte 4.1.2 und 4.1.3)

II. Theorie und Unterrichtspraxis

3. Problemlösekompetenzen und ihre Förderung, Lernhilfen, Umgang mit Fehlern (Literaturarbeit)

- Bruder, Regina; Collet, Christina: *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2011, S. 27–122 (insbesondere Abschnitte 3.1 und 3.7): Hier: nur extrahieren, was auf den Unterricht in der Grundschule übertragbar ist.
- Pfeng, Anita: *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. Heuristische Strategien und Hilfsmittel in der Grundschule*. 2008. http://www.sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/MaterialienIPN/Pfeng_Zahlentreppen.pdf. Hier: Hilfsmittel (mit Beispielaufgaben).
- Polya, G.: *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. Bern: Francke, 1980³, hier insbesondere die zusammenfassende Tabelle am Ende des Buches mit Fragen, die als Hilfsmittel dienen: S. 268–269.
- Zech, Friedrich: *Grundkurs Mathematikdidaktik*. Weinheim und Basel: Beltz, 1998⁹, S. 309–327 (Abschnitte 11.2 bis 11.6).
- *Mathematik differenziert. Zeitschrift für die Grundschule. Ausgabe Dezember Heft 4 / 2017: Knobeln: Problemhaltige Aufgaben – regelmäßig und für alle Kinder.*
- bifie. *Bildungsstandards Österreich. Themenheft Mathematik „Problemlösen“*. Volksschule Grundstufe I + II. https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_ma_themenheft_problemloesen_2013-05-16.pdf
Hier: S. 15–52 (Abschnitte 3 und 4)

Modellieren

I. Theoretische Grundlagen

4. Modellieren im Mathematikunterricht – Ziele eines realitätsbezogenen Mathematikunterrichts (1/2 Sitzung)

(Literaturarbeit)

- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, Kapitel 2 (S. 19–29).
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 20 (Abschnitt 3.1).
- Westermann, B.: *Anwendungen und Modellbildung*. In: Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003, S. 156–161.

- Winter, H.: *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. In: Henn, H.-W.; Maaß, K. (Hrsg.). *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. Band 8. Hildesheim: Franzbecker, 2003, S. 6-15. Ursprünglich publiziert in: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61/1995, 37–46.
[→ Drei Grunderfahrungen im MU]
- Winter, H.: *Sachrechnen in der Grundschule*. Bielefeld: Cornelsen, 1985, S. 15–35.
[→ Funktionen des Sachrechnens]

5. Anwendungsorientierter Mathematikunterricht (Modellierungen) in der didaktischen Diskussion

– Historischer Überblick und aktuelle Positionen (1/2 Sitzung)

(Literaturarbeit)

- *Lehrpläne für NRW*.
- Baumert, J. u. a. (Hrsg.): PISA 2000. Opladen: Leske und Budrich, 2001, S. 19–26 (insbesondere S. 25).
- Blum, Werner: *Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion*. *Mathematische Semesterberichte* 32 (2), 1985, S. 195–232.
- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 5–18.
- Freudenthal, H.: *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1973, S. 75–77.
[→ Beziehungshaltigkeit als didaktisches Prinzip]
- Freudenthal, H.: Zur didaktischen Begründung der Umwelterziehung im Unterricht. In: *Praxis Mathematik* 4/32, Jg. 1990, S. 147–149.
- Henn, H.-W.: *Mathematik und der Rest der Welt*. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, Jg. 60, 2007, Heft 5, S. 260–265.
- Hinrichs, Gerd: *Modellierung im Mathematikunterricht*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2008, Kap. 1.4.3 (S. 47–51).
[→ Modellieren in den Bildungsstandards]
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 21–23 (Abschnitt 3.2).
- Schupp, Hans: *Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen*. In: *Der Mathematikunterricht* 6/1988, 5–16.

6. Begriffliches zum Modellieren: Mathematisches Modell, Modellbildung, Modellierungskreislauf; Modellieren als Problemlösen

(Literaturarbeit, evtl. Planung kleiner Modellierungsaufgaben für die Seminarteilnehmer)

- Blum, Werner: *Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion*. *Mathematische Semesterberichte* 32 (2), 1985, S. 195-232, hier: S. 200–206.
- Blum, W.: *Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderungen für Schüler und Lehrer*. In: Büchter et al.: *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis*. 2006, S. 8–23.
- Blum, W. & Leiß, D.: *Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe*. *mathematik lehren* (128), 2005, S. 18–21.
- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 69–71.
- Greefrath, G.: *Modellieren lernen – mit offenen, realitätsnahen Aufgaben*. Köln: Aulis, 2006, S. 8–26.

- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, Kap. 2.

II. Theorie und Unterrichtspraxis

7. Modellierungskompetenzen und ihre Förderung

(Literaturarbeit)

- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 74–84.
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 24–43 (Kap. 4).
- Peter-Koop, Andrea. 2008. „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen. In: Ruwisch, Silke; Peter-Koop, Andrea (Hrsg.). *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule.* 4. Auflage. Offenburg: Mildenerger, S. 111–130.
- Voigt, Jörg. 2013. *Eine Alternative zum Modellierungskreislauf.* In: Greefrath G., Käpnick Fr., Stein M. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 04.–08.03.2013 in Münster.* Band 2. Münster: WTM-Verlag, S. 1046–1049.

8. Aufgabentypen für das Sachrechnen in der Grundschule (2 Sitzungen)

(Literaturarbeit, Schulbuchanalyse)

8.1 Teil 1: „Klassische“ Aufgabentypen nach Radatz/Schipper ergänzt durch die „modernen“ Aufgabentypen Miniprojekte, Kapitänsaufgaben, Schätzaufgaben, Fermi-Aufgaben

- Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J. *Die Fermi-Box, Lehrerkommentar.* Berlin: Friedrich Verlag, 2007, S. 2–10. .
- Freudenthal, Hans. 1984. *Wie alt ist der Kapitän?* In: *mathematik lehren* 5/1984, S. 38–39.
- Greefrath, Gilbert. *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe.* Heidelberg: Spektrum, 2010, S. 76–83 (Kapitel 4.2.3 und 4.2.4), S. 83–86 (Kapitel 4.3.1).
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 48–49 (Kap. 5.2).
- Radatz, H. & Schipper, W. *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Hannover: Schroedel, 1983, S. 130.
- Schipper, W. *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlag, 2009, S. 242.
- Selter, Christoph. 1994. *Jede Aufgabe hat eine Lösung.* In: *Grundschule*, 3/1994, S. 20–22.

8.2 Teil 2: Aufgabentypen nach Franke/Ruwisch, überbestimmte und unterbestimmte Aufgaben, Aufgaben zu Teilprozessen des Modellierens

- Brinkmann, Astrid. *Kompetenzerwerb durch Interpretationsaufgaben.* In: Herbert Henning (Hrsg.). *MU 1/2013, Themenheft „Modellieren“*, S. 18–24 (hier: insbesondere die ersten beiden Seiten).
- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 33–41 und S. 53–63 (Kapitel 3.1 und 3.3).
- Greefrath, Gilbert. *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe.* Heidelberg: Spektrum, 2010, S. 76 und S. 91–94 (Kapitel 4.2.2 und 4.4.2).

- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 49–52 (Kap. 5.3, 5.4, 5.5).

9. Schwierigkeiten beim Lösen von Sachaufgaben, Fehlerquellen, Bearbeitungshilfen (Literaturarbeit)

- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 79–110.
- Hinrichs, Gerd: *Modellierung im Mathematikunterricht.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2008, S. 64–75 und S. 86–92 (Kapitel 1.6 und Kapitel 1.7.3).
[→ speziell: Fehlerquellen beim Modellieren]
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 65–68 (Kap. 7.1).

10. Unterrichtsgestaltung, Prüfung/Bewertung (Literaturarbeit)

- Biermann, M.; Blum, W.: Eine ganz normale Mathestunde? Was „Unterrichtsqualität“ konkret bedeuten kann. In: *mathematik lehren* 108, 2001, S. 52–54.
- Blum, W.: Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In: Andreas Büchter, Hans Humenberger, Stephan Hußmann, Susanne Prediger (Hrsg.). *Realitätsnaher Mathematikunterricht – von Fach aus und für die Praxis.* Festschrift für Hans-Wolfgang Henn zum 60. Geburtstag. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, S. 8–23.
- Blum, W.; Leiß, D.: Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: *mathematik lehren*, 128, 2005, S. 18–21.
- Franke, Marianne; Silke Ruwisch: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010, S. 111–176 (Kapitel 5).
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 57–64, 69–72 (Kap. 6, 7.2 und 7.3).

Problemlösen & Modellieren

11. Teilnahme an einer Unterrichtsstunde in der Schule

(Beobachtungsaufgabe, Nachbesprechung der Unterrichtsstunde gemeinsam mit der Lehrperson, Bericht und Diskussion im Seminar)

12. Aktivitäten/Projekte außerhalb des normalen Mathematikunterrichts (Literaturarbeit)

- Brinkmann, A.: *Der Wettbewerb „Jugend forscht / Schüler experimentieren“ – Eine Plattform für kreatives mathematisches Arbeiten.* In: Mandy Fuchs, Friedhelm Käpnick (Hrsg.). *Mathematisch begabte Kinder – Eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft.* Erschienen in der Reihe: Christian Fischer, Franz J. Mönks (Hrsg.). *Begabungsforschung. Schriftenreihe des ICBF Münster/Nijmegen, Band 8.* Berlin: Lit, 2008, S. 186–195.
- Mini-Mathematikum: Mathematik zum Anfassen speziell für die Jüngsten (Ausstellung in Gießen). <http://www.mathematikum.de/das-mathematikum/mini-mathematikum.html>

13. Überblick über vorhandene Materialien zum Problemlösen/Modellieren in der Grundschule

(Literaturarbeit, Internetrecherche, Erstellung einer Handreichung für die Seminarteilnehmer mit jeweils kurzer Charakterisierung der aufgeführten Materialien)

- Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003, S. 162.

Literatur speziell zu Aufgabenbeispielen, teils mit Anmerkungen zur Unterrichtspraxis (hier sollte kritisch geprüft/hinterfragt werden, ob und ggf. wie die Aufgaben im „normalen“ MU eingesetzt werden können, oder ob sich die Aufgaben nur für AGs (evtl. speziell nur für Begabte/Interessierte) eignen):

Insbesondere:

- *Materialien „Mathe überall“ (für die Klassen 3 – 7) unter folgender Adresse:*
<http://www.blick.it/angebote/primarmathe/medio.htm>
- Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J.: *Die Fermi-Box*. Seelze: Friedrich Verlag, 2007.
- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 81–157 (Kap. 11 bis 15).
- Maaß, Katja: *Kontaxis. Arbeitshefte 2008. Mathe braucht man im Leben. Heureka's Aufgaben für die 3. und 4. Klasse:*
http://www.kontaxis.de/upload/pdf/Arbeitsheft/AH-03_2008.pdf
- *Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW. Beispiele zu prozessbezogenen Aufgabenstellungen. Mathematik.*
<https://www.google.de/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=7&ved=0ahUKEwjOquHk07bKAhWDiQ8KHWBwDMAQFghHMAY&url=http%3A%2F%2Fwww.schulentwicklung.nrw.de%2Fmaterialdatenbank%2Fnutzersicht%2FgetFile.php%3Fid%3D1634&usg=AFQjCNFsrVYIqustcBFQ0nbXtvFfDluiCA&cad=rja>

Beispielaufgaben aus den Bildungsstandards:

- *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf
- *bifie. Bildungsstandards Österreich. Themenheft Mathematik „Problemlösen“.* Volksschule Grundstufe I + II. https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_ma_themenheft_problemloesen_2013-05-16.pdf

14. Aufgaben zur Förderung der Kompetenzen Problemlösen/Modellieren entwickeln/lösen

(Workshop für die Seminarteilnehmer; praktisches Arbeiten in Gruppen mit ausgewählten Aufgabenbeispielen aus der Literatur oder Bearbeitung selbstformulierter Fragestellungen)

- Maaß, Katja: *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren. Erfahrungen aus der Praxis. Für die Klassen 1 bis 4*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, 2009, S. 75–78 (Kap. 9).

Abschluss

15. Kritischer Rückblick, Anregungen, Veränderungswünsche

Bemerkungen

- Literatur:
 - Kursiv dargestellte Literaturangaben zur ersten Wahl
 - weitere Literaturquellen suchen!
- Vorbereitung des Referats / Experiments:
 - Beratung in der Sprechstunde
 - *Bei Experiment:*
 - Frühe Planung ist wichtig!!!
 - Ggf. selbst um Kinder bzw. technisches Gerät kümmern
 - Die schriftliche Ausarbeitung besteht aus: Planung / Erwartung, Dokumentausschnitten, Zusammenfassung der Analyse aus der Seminarsitzung
- Die Seminarsitzung ist didaktisch zu gestalten (z. B. Übungen für alle).
- Exemplarisch arbeiten!
- Studienleistungen:

Für Studierende, die vor WS 11/12 mit dem Studium begonnen haben:
Referat mit Thesenpapier,
Teilnahme an einer Abschlussprüfung in Form einer Klausur oder eines mündlichen Gesprächs. Die Teilnahme an der Abschlussprüfung entfällt, wenn die Arbeitsaufträge der Seminarsitzungen regelmäßig bearbeitet werden.

Für Studierende nach LABG 2009, mathematische Grundbildung G:
Referat mit Thesenpapier und schriftlicher Ausarbeitung (ca. 8 Seiten);
regelmäßige aktive Teilnahme, die nach Maßgabe des Dozenten / der Dozentin durch Teilnahmelisten dokumentiert wird.
- Die Ausarbeitung sollte
 - 2 Wochen nach der betreffenden Sitzung abgegeben werden und
 - wissenschaftlichen Standards genügen (Zitate und inhaltliche Übernahmen als solche kennzeichnen, Literaturangaben, Text gliedern, Seiten nummerieren, Inhaltsverzeichnis).
- Rückmeldung auf die Ausarbeitung in der Sprechstunde.