

Die schönsten Mathematikaufgaben – Ein Projekt zum Jahr der Mathematik

Astrid Brinkmann, Universität Münster

GDM-Tagung
März 2009 in Oldenburg

www.math-edu.de
astrid.brinkmann@math-edu.de

Gliederung



1. Projektidee und -durchführung
2. Vorgeschichte und begleitende Studien
3. Kennzeichen schöner mathematischer Aufgaben
4. Aufgabenbeispiele
5. Ausblick

1. Projektidee und -durchführung

- Grundgedanke: Zur Vermittlung, Übung oder Festigung vieler mathematischer Inhalte oder Fähigkeiten eignen sich verschiedene Aufgaben. Warum sollte man also nicht solche wählen, die gefallen?
 - Motivation
 - Mathematische Ästhetik erfahrbar machen
- **Jahr der Mathematik 2008** als Anlass zum Projekt:
„Gesucht: Die schönsten Mathematikaufgaben“
 - Zusammentragen der Aufgabenfavoriten von Schüler/innen
 - Sensibilisierung von Lehrer/innen für diesen Aspekt

1. Projektidee und -durchführung

Aufruf an Lehrer/innen – Auszug aus dem Flyer:

... Haben Sie Ihre Schülerinnen und Schüler z. B. am Ende eines Schuljahres schon mal gefragt, welche der behandelten Mathematikaufgaben sie am schönsten fanden?

...

Im Jahr der Mathematik 2008 suchen wir nach den schönsten Aufgaben. Helfen Sie mit und schicken Sie uns die Favoriten Ihrer Schülerinnen und Schüler! Die zusammengetragenen Ergebnisse sollen veröffentlicht werden und können damit dazu beitragen, das Lernen von Mathematik attraktiver zu gestalten.

Deckblatt für die Rückmeldungen aus einer/m Schulklasse/Kurs

Schule:

Schulform:

Klassenstufe:

Verwendetes Schulbuch:

Weitere verwendete Materialien:

1. Projektidee und -durchführung

Ziele und Erwartungen:

- **Lokal** (für einzelne Lerngruppen bzw. auf der Ebene einzelner Schulen):
 - Ⓢ Sensibilisierung von Mathematiklehrenden und auch –lernenden für die Betrachtung des Aspekts der mathematischen Ästhetik
 - Ⓢ Einholen von Sichtweisen der Lernenden
 - Ⓢ Einfluss auf eine zukünftig motivierendere Unterrichtsgestaltung
 - Ⓢ Einfluss auf das Bild von Mathematik, das Lernende haben

1. Projektidee und -durchführung

● Ziele und Erwartungen auf Projektebene:

⊙ Forschungsinteresse:

- Gibt es einen gewissen Konsens bzgl. dessen, was Schüler/innen (einer bestimmten Altersstufe und/oder Schulform) als schöne Mathematikaufgaben angeben?
- Entstammen die angegebenen Aufgaben eher dem verwendeten Schulbuch oder eher zusätzlich verwendeten Unterrichtsmaterialien?
- Wie verteilen sich die genannten Aufgaben auf die mathematischen Inhaltsbereiche (Geometrie, Algebra, Stochastik, ...), die in der Schule behandelt werden?
- Lassen sich bestimmte gemeinsame Charakteristika der genannten Aufgaben ausmachen, d. h., kann man Merkmale für die Ästhetik finden?
- Welche Aufgabenkontexte werden bevorzugt?
- Welche Aufgabentypen sind besonders beliebt?
- ...

1. Projektidee und -durchführung

- ② Veröffentlichung der zusammengetragenen Ergebnisse (Sammlung schönster Aufgaben)
 - Folgerungen für die Praxis (Idealfall):
Berücksichtigung der Ergebnisse bei der Gestaltung von Unterrichtsmaterialien, insbesondere von Schulbüchern

1. Projektidee und -durchführung

- Öffentlichkeitsarbeit:
 - ⊙ Flyer: <http://www.math-edu.de/SchoeneAufgaben-I.pdf> wurde an ca. 450 Schulen im Regierungsbezirk Münster verschickt
 - ⊙ MNU-Zeitschrift
 - ⊙ AK des IDM der Uni Münster mit Ma-Fachleitern der Region: Multiplikatoren in Schulen, auch über Referendare
 - ⊙ Lehramtsstudierende der Universität Münster haben im Rahmen ihrer Praktikumsphasen an Schulen für das Mitmachen beim Projekt geworben
 - ⊙ Rundmail an GDM-Mitglieder
 - ⊙ JdM 2008-Internetseite der Uni Münster
 - ⊙ Präsentation des Projekts auf verschiedenen Veranstaltungen für Ma-Lehrer/innen

1. Projektidee und -durchführung

- Öffentlichkeitsarbeit:
 - Ⓢ Preisträger im Wettbewerb „**Mathe erleben!**“ zum Wissenschaftsjahr Mathematik 2008, ausgelobt vom BMBF und der Uni Bremen
 - Ⓢ **dpa** ⇒ **Bericht über das Projekt**
 - in vielen Tageszeitungen in Deutschland
 - in Zeitschriften (für Eltern, Familie, Erziehung, ...)
 - auf Internetplattformen
 - Ⓢ Wettbewerb „**Wer kennt hübsche Aufgaben?**“ ausgelobt durch die **Westfälischen Nachrichten** (Tageszeitung im Münsterland), Prof. Dr. A. Beutelspacher als Jurymitglied, 1. Preis: Fahrt zum Mathematikum in Gießen für eine Schulklasse
- ⇒ Einsendungen nicht nur von Lehrern/Schulklassen, sondern auch vielen Einzelpersonen (Rentner, Eltern, Hochschullehrer, ...)

2. Vorgeschichte und begleitende Studien

- Literaturstudie: Ästhetik ist ein richtungweisendes Element im mathematischen Denken und Arbeiten (Brinkmann, MAVI-9 2000)
- Interview-Fallstudie: Schönheitsempfinden spielt in kreativen Arbeitsprozessen heutiger namhafter Mathematiker oft eine große Rolle (Brinkmann & Sriraman 2009, erscheint in: Festschrift celebrating Paul Ernest's 65th Birthday, Information Age Publishing)
- Auch SuS sollten im Unterricht mathematische Schönheit erfahren und schätzen lernen. Hierbei könnte auch eine langfristig positive Einstellung zur Mathematik aufgebaut werden. Aber: diesem Unterrichtsziel wird international noch wenig Bedeutung zugemessen.

2. Vorgeschichte und begleitende Studien

- Studien zum mathematischen Schönheitsempfinden von SuS:
 - ⊙ Charakteristika schöner mathematischer Aufgaben aus Schülersicht, ca. 170 Gymnasialschüler (Brinkmann 2004, 2006), und aus der Sicht von L-Studierenden, 85 Studierende (Brinkmann 2009)
 - ⊙ Mathematikinteresse bei SuS, insbesondere Kennzeichen interessanter Aufgaben, ca. 1.000 SuS SI, Schulformen HRGyGe (BA von Anna Kampmann & Katharina Koop 2008, und Folgende) und ca. 100 SuS R (Praktikumsarbeit)
 - ⊙ Schöne mathematische Aufgaben aus Schülersicht, Betrachtung a) verschiedener Aufgabentypen, b) behandelte mathematischer Inhalte, c) besonderer Charakteristika, die Ästhetik ausmachen könnten, ca. 260 SuS zweier Realschulen (BA von André Gerick und Friederike Schrameyer 2009)

Zusammenhang zwischen mathematischem Schönheitsempfinden und Mathematikinteresse von SuS:

Ist eine interessante, also spannende Mathematikaufgabe für dich auch eine schöne Aufgabe? (ja: 77,3%, n = 1.000)

Ist eine schöne Aufgabe auch eine interessante Aufgabe? (ja: 72,8%, n = 260)

3. Kennzeichen schöner mathematischer Aufgaben

Schöne Aufgaben und ihre Charakteristika

- Mathematiker/Naturwissenschaftler: Einfachheit, Klarheit, Eleganz, Vernetztheit/Komplexität, Ordnung aus dem Chaos, Struktur, Symmetrie / unvollkommene Symmetrie, Überraschungseffekt
- SuS:

- Die Aufgabe hat ein interessantes Thema. (~ 80%)
- Die Aufgabe sieht schwer aus, ist aber einfach. (~ 75% H, 80% R, 65% Gy)
- Die Aufgabe ist einfach. (~ 65%)
- Die Aufgabe hat mit alltäglichen Dingen zu tun. (~ 60% H, 70% R, 75% Gy)
- Es sind mehrere Teilaufgaben zu berechnen um die Aufgabe zu lösen. (~ 60%)
- Die Lösung der Aufgabe ist überraschend. (~ 60%)
- Die Aufgabenstellung kenne ich bereits. (~ 55%)

Gefühl von Sicherheit und Erfolg:

- Aufgabe einfach (einfach genug, damit S sie lösen kann),
- aber nicht zu einfach, dies wäre langweilig (Aufgabe schöner, wenn man überlegen muss, mehrere Lösungsschritte erforderlich sind, ...)

Grad der Einfachheit/Komplexität abhängig von Leistungsstärke des Lernenden.

3. Kennzeichen schöner mathematischer Aufgaben

Schöne Aufgaben und Aufgabentyp, SuS der Sek. I:

- Von 50%-60% aller SuS angegeben:
 - Spiele (über 90% in Kl. 5/6)
 - Zeichenaufgaben (insbesondere Kl. 5/6 HR)
 - Scherzaufgaben
 - Von 40%-50% aller SuS angegeben:
 - Textaufgaben
 - Rechen-/Päckchenaufgaben
 - Denk-/Knobelaufgaben (insbesondere jüngere SuS Gy)
 - Von 28%-40% aller SuS angegeben:
 - Projektaufgaben (bei jüngeren SuS etwas beliebter)
 - Schätzaufgaben
- Durchschnittlich etwas mehr als 3 Nennungen pro S

3. Kennzeichen schöner mathematischer Aufgaben

Schöne Aufgaben und mathematischer Inhaltsbereich :

- In den Studien befragte SuS der Sek. I haben größtenteils Aufgabenbeispiele aus denjenigen Inhaltsbereichen angegeben, die zeitnah vorher in der Schule behandelt worden sind.
- Projekt Sammlung schöner Aufgaben: Die genannten Aufgaben lassen sich **verschiedensten Inhalten und Inhaltsbereichen**, die in den unterschiedlichen Jahrgangsstufen in der Schule behandelt werden, zuordnen.

Schöne Aufgaben und nichtmathematischer Inhaltsbereich:

- Tiere (insbesondere bei jüngeren SuS) und Sport, aber auch Comicsfiguren (Asterix u. a.), witzige Personen, Filmhelden (Captain Picard von der Enterprise), Wahrheit, Gerechtigkeit, Apfelsinen, Gulasch u. v. a. m.
- Nützlichkeitsaspekt nicht vorrangig
- Witzige, scharmante, phantasievolle, nicht alltägliche Darstellungsweisen

3. Kennzeichen schöner mathematischer Aufgaben

Weitere schöne Aufgaben:

- Die Aufgabe, selber eine Aufgabe zu konstruieren.
- In Geschichten verpackte Aufgaben.

4. Aufgabenbeispiele

- **Der absolute Favorit: Seil um den Äquator**

Wenn man eine Schnur um den Äquator der Erde legt, so dass sie überall anliegt und das Seil um einen Meter verlängert: Wie viel Platz ist dann zwischen Schnur und Erdoberfläche, wenn sie überall gleichmäßig absteht?

- **Eierlegaufgabe**

Wenn 1,5 Hühner in 1,5 Tagen 1,5 Eier legen, wie viele Eier legt ein Huhn am Tag ?

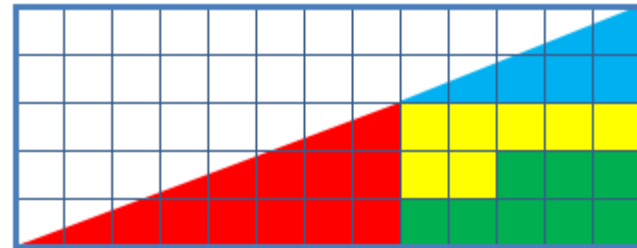
4. Aufgabenbeispiele

● Dreieck aus Puzzleteilen

Was stimmt
hier nicht?

(Beim Umlegen der
Puzzleteile entsteht ein gleich
großes Dreieck mit einem
zusätzlichen „Loch“ ...

- siehe Animation auf neben
stehender Seite)



Siehe:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8c/Missing_Square_Animation.gif

4. Aufgabenbeispiele

- **Arbeitsblätter mit interessanten Anwendungsthemen**

Lattenkracher

(AB-Auszug)

Aufgabe 1

Ein Fußballer versucht, aus 25 m Entfernung die 2,50 m hohe Latte des Tores zu treffen. Über der Torraumlinie (5 m vom Tor entfernt) erreicht der Ball mit 3 m seine größte Höhe. Wird der Ball die Latte treffen?

Aufgabe 2

Zeichnet auf Folie ein Koordinatensystem mit der maßstabsgetreuen Flugbahn des Balles (1 m in Wirklichkeit = 0,5 cm im Bild). Zeichnet auch das Tor und den Fußballspieler ein.

Zusatzaufgabe

Überlegt, inwiefern die Aufgabe der Wirklichkeit entspricht. Welche Faktoren könnten in der Wirklichkeit die Flugbahn des Balles beeinflussen?

4. Aufgabenbeispiele

Tennis-Match

Familie Agassi-Graf spielt Tennis; Vater, Mutter und auch der Sohn. Der Vater verspricht dem Sohn einen neuen Tennisschläger, wenn er von drei Spielen, die er abwechselnd gegen ihn und die Mutter bestreiten soll, zwei in Folge gewinnt. Der Sohn studiert Mathematik und führt seit Jahren eine Statistik darüber, wie er gegen die Eltern abgeschnitten hat; daher weiß er, dass er gegen den Vater in der Regel 2 von 3 Spielen verliert, gegen die Mutter jedoch 2 von 3 Spielen gewinnt.

Antwort 1: Spiele in der Reihenfolge Mutter – Vater – Mutter, denn dann kommt die leichter zu schlagende Mutter 2-mal vor.

Antwort 2: Spiele in der Reihenfolge Vater – Mutter – Vater, denn darin gibt es 2-mal die Möglichkeit, dem "wahrscheinlichen" Sieg über die Mutter einen Sieg über den Vater anzufügen.

4. Aufgabenbeispiele

Fahrschultest

...

Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden im Falle bloßen Ratens so viele Antworten richtig beantwortet:

- a) mehr als die Hälfte?
- b) höchstens 5?
- c) keine?
- d) mindestens eine?
- e) alle?
- f) alle, wenn ich 6 sicher weiß und den Rest rate?
- g) 6, wenn ich 2 sicher weiß?



4. Aufgabenbeispiele

● Arbeitsblätter mit nett verpackten Aufgaben, z. B.

Antiproportionalität in Gallien

Wir befinden uns im Jahre 50 v. Chr. Ganz Gallien ist von den Römern besetzt ... Ganz Gallien? Nein! Ein von unbeugsamen Galliern bevölkertes Dorf hört nicht auf, dem Eindringling Widerstand zu leisten ...

1. Die Gallier wollen eine Tour durch Gallien veranstalten. Asterix schlägt vor, die Tour in 9 gleichlange Etappen zu je 20km einzuteilen. Obelix möchte die Strecke lieber in 6 gleichlange Etappen einteilen. Verleihnix möchte pro Etappe immer nur 15km zurücklegen. Miraculix, der Druide, fertigt die folgende Tabelle an.
 - Überlege zunächst, welche Bedeutung die Zahl in der 3. Spalte der Tabelle hat.
 - Fülle dann die Tabelle aus. ...

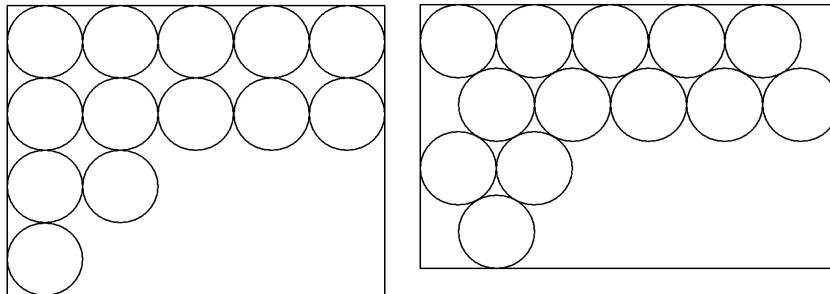


4. Aufgabenbeispiele

- **Arbeitsblätter: informativ, mit Anwendungsbezug, z. B.**

Pythagoras beim Puddingpacken

Die Firma „Gut und Billig“ ordnet bisher jeweils 20 Puddingbecher in einer rechteckigen Umverpackung derart an, dass 4 Reihen mit jeweils 5 Puddingbechern entstehen (s.u. links). Die Auszubildende Laura meint, dass es für die Anordnung der runden Becher eine platzsparendere Möglichkeit gibt, nämlich die sogen. **planar dichteste Kugelpackung** (s.u. rechts).



Ihr Chef sieht ein, dass diese planar (= in der Ebene) dichteste Kugelpackung tatsächlich die platzsparendere Variante ist, wenn man *sehr viele* Becher hat, bezweifelt aber, ob dies bereits bei 20 Bechern der Fall ist. ...

4. Aufgabenbeispiele

● Textaufgaben/Projektaufgaben mit Realitätsbezug

- ① Ein Zelt hat die Form einer quadratischen Pyramide. Die Grundfläche der Pyramide hat eine Seitenlänge von 4 m. In der Mitte wird die Pyramide/Zelt von einer 3 m hohen Stange gestützt, auch die 4 Seitenkanten werden durch Zeltstangen gebildet. Wie lang sind die seitlichen Zeltstangen? Wie viel Quadratmeter Mantelfläche besitzt das Zelt?
- ① Marens Mutter füllt $19 \frac{1}{2}$ l Himbeersaft in $\frac{3}{4}$ l Flaschen. Wie viele Flaschen werden es?
- ① In der Münchener Fußball-Arena gibt es insgesamt 66 000 Sitzplätze. Sie sind auf oberen, mittleren und unteren Rang aufgeteilt. Im oberen Rang sind 2000 Sitzplätze mehr als im mittleren Rang, im unteren sind 10 % weniger als im mittleren. Wie viele Sitzplätze haben die jeweiligen Ränge?

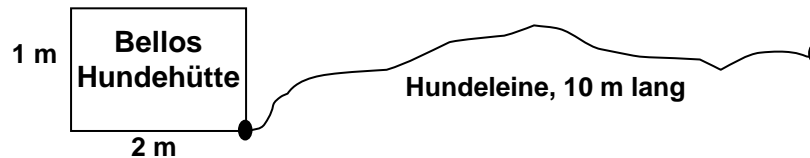
4. Aufgabenbeispiele

● **Gartenhäuschenaufgabe**

Gegeben ist der Lageplan eines Grundstücks im Maßstab 1:500 und die Vorgabe, dass ein Gartenhäuschen mindestens 2,5 m Abstand von einer Grenze und mindestens 5 m Abstand von einem Weg haben muss. Wo darf man das Gartenhäuschen hinbauen?

● **Hundehüttenaufgabe**

Zeichne den Bereich in dem sich Bello bewegen kann.



● **Sprudelautomaten**

Ist es günstiger, Sprudel mit einem Sprudelautomaten herzustellen, oder fertigen Sprudel zu kaufen?

● **Hubschrauberaufgabe**

Gegeben ist eine Landkarte von einem Gebiet, in dem zwei Hubschrauber stationiert werden sollen, sowie die Geschwindigkeit, mit der die Hubschrauber fliegen können. Wo sollen die Hubschrauber stationiert werden, so dass jeder Ort innerhalb von 10 Minuten erreichbar ist?

4. Aufgabenbeispiele

- **Schwer und doch einfach**
Terme vereinfachen

$$\left(\frac{4x^2 - 8xy}{x} + \frac{2x^4 - 8x^3y + 8x^2y^2}{x^4 - 2x^3y} \right) : \frac{x - 2y}{x} - 4x$$

Ergebnis: 2

4. Aufgabenbeispiele

Lineare Gleichungen und Bruchrechnung

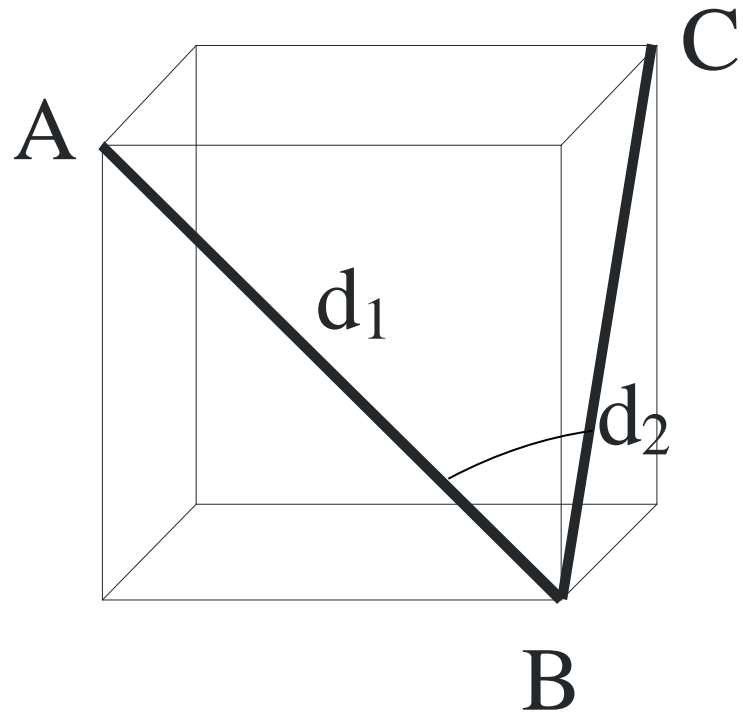
$$\frac{1 + \frac{1}{-2 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{5}}}}}{5 : 19x} - \frac{1 - \frac{1}{x - \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}}{(30x - 43) : (30x - 13)} = 1$$

Ergebnis: $x = 2$

4. Aufgabenbeispiele

Flächendiagonalen im Würfel

Betrachte einen Würfel.
Wie groß ist der Winkel
zwischen zwei
Flächendiagonalen, die
sich in einem Eckpunkt
treffen?



4. Aufgabenbeispiele

● **Arbeitsblätter zur mathematischen Begriffsbildung**

Deutung von Wahrscheinlichkeiten

Die Wahrscheinlichkeit, bei einem fairen Würfel eine "6" zu würfeln, beträgt $1/6$. Das bedeutet:

- a) Nach jeweils 6 Würfeln erscheint eine "6".
 - b) Nach sechs Würfeln gibt's die erste "6".
 - c) Innerhalb von 6 Würfeln würfelst du eine "6".
 - d) Bei 100 Würfeln ist mindestens einmal die "6" dabei.
 - e) Während eines Mensch-ärgere-dich-nicht-Spiels kannst du eine "6" werfen.
 - f) Wenn du schon 20-mal gewürfelt hast und keine "6" dabei war, dann ist die Wahrscheinlichkeit groß, im nächsten Wurf eine "6" zu bekommen.
 - g) Sie ist jedenfalls größer (siehe f), als wenn du schon nach dreimaligem Nichterscheinen einer "6" eine erwartest.
 - h) Es kann passieren, dass du beim Würfeln 10-mal hintereinander die "6" erhältst.
- ... bis q)
- Erläutere genau, welche Deutungen falsch sind, welche richtig sind.
 - Gib weitere 3 falsche und richtige Deutungen für die Wahrscheinlichkeit an.

4. Aufgabenbeispiele

● Fermiaufgaben

- ② Wie viele Haare hat ein normaler Mensch?
- ② Wie lange braucht eine Schnecke von hier bis nach Barcelona? (Varianten: Wie lange braucht eine Schildkröte, um ganz Asien zu durchqueren? Wie lange braucht ein Pferd bis zum Mond? ...)
- ② Wie viele Kästchen hat ein Matheheft?
- ② Wie lange braucht man bis man Millionär ist?
- ② Wie lange lacht man im Jahr?
- ② Wie oft macht man in einem halben Jahr die Augen auf und zu?
- ② Wie viele McDonalds gibt es auf der Welt?



4. Aufgabenbeispiele

- **Scherzfragen/Kapitänsaufgaben/Fangfragen**
 - ② In einer Klasse sind 35 Schüler, 11 Schüler sind krank. Wie alt ist jeder Schüler?
 - ② Die Elefantenmutter ist 35 Jahre alt und in vier Jahren ist sie 10mal so alt wie ihr Nachwuchs. Wo ist der kleine Elefant?
 - ② 3 Vögel brauchen für 10 km 1 Stunde. Wie viel brauchen 10 Vögel?
 - ② Wenn 2 Hähne 10 Eier am Tag legen. Wie viel Hähne legen 30 Eier an 2 Tagen?
 - ② In einem Raum sind 5 Leute. Dann gehen 7 Leute raus. Wie viele Personen müssen wieder rein kommen, damit keiner im Raum ist?



4. Aufgabenbeispiele

● Künstlerisches/Kreatives

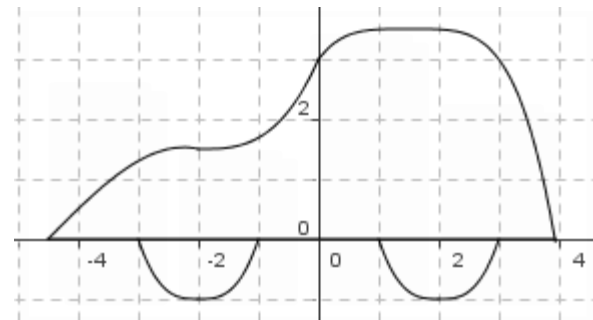
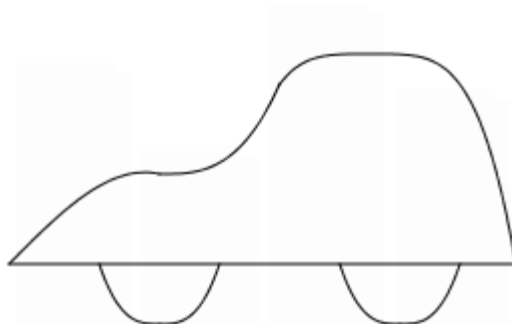
Bilder aus ganzrationalen Funktionen

Ihr Auftrag: Erstellen Sie mit geogebra (www.geogebra.org) ein kleines Bild, das durch mindestens 5 ganzrationale Funktionen entstanden ist. ...

Neben dem Bild(ausschnitt) sollten Sie auch die „Entstehungsgeschichte“ abgeben:

- Vorüberlegungen
- eine Aufstellung der verwendeten Funktionen mit den zugehörigen Intervallen
- nachvollziehbare Rechnungen zur Ermittlung der Funktionsterme
- was Sie im Laufe der Bearbeitung der Aufgabe für sich dazugelernt haben

...
Bspl.:



4. Aufgabenbeispiele

- **Selbst erfundene Aufgaben, z. B. Thema Dreisatz**
 - ⊙ 12 Kirschtorten werden von 24 Papageien verspeist. Wie viel Kirschtorten würden 58 Papageien verputzen?
 - ⊙ Herr von Lagedong ist Künstler. Er verbraucht für 6 große Bilder 48 kleine Farbtöpfchen. Wie viel Farbtöpfchen würde er für 12 große Bilder brauchen?
 - ⊙ Bei der EM werden 128 Gläser Nutella von der Deutschen Fußballnationalmannschaft gegessen. Sie hat 20 Spieler. 4 Spieler mochten kein Nutella. Wie viele Gläser Nutella hat jeder der anderen gegessen?
 - ⊙ Bei der Tour de France starten 120 Fahrer. Begleitet werden sie von 50 Autos mit je einem Fahrer und 8 Motorrädern. Wieviele Reifen fahren insgesamt mit?



4. Aufgabenbeispiele

Der verflixte Spritpreis (oder: So rechnet sich's in Burkheim)

Hans fährt zwölfmal an Gobbas Haus vorbei. Hat er 100 kg Malz geladen, hupt er einmal, sieht er Fine, Gobbas Frau, im Garten, hupt er zweimal, hat er eine beliebige Menge Holz geladen, hupt er dreimal. Wenn er Fine sieht hat er nichts geladen. Fünfmal hat er Malz geladen, dreimal sieht er Fine und viermal hat er Holz geladen. Aber Gobba denkt, Hans hätte sechsmal Malz geladen, weil sein Hund bellt und er das zweite und dritte Hupen nicht hört.

- a) Wie viel Geld muss Hans für Sprit ausgeben, wenn man seine Ladung beachtet und Hans' Traktor leer 9 l und für jedes weitere kg 0,0001 l Diesel mehr verbraucht?

(Anmerkungen zur Aufgabe: Von Hans zu Gobba sind es 238 m. Hans' Traktor ist ein Fendt Baujahr '68 und Gobba isst am liebsten Presssack vom Fiedler.)

...

4. Aufgabenbeispiele

Ein Kriminalfall

von Andrea Oberhaus

„Mein Gott! Das kann nicht sein!“. Ich stand morgens um kurz vor sechs im Wohnzimmer der Villa des angesehenen Mathematikers Thomas Königs, den ich vor Jahren am Ende meines Mathematikstudiums kennen gelernt habe. Ich weiß noch, wir hatten damals viele interessante Gespräche über Zahlenfolgen, seinem Lieblingsthema. Jetzt, in diesem Moment jedoch lag er erstochen vor mir auf dem Boden. ...

4. Aufgabenbeispiele

Lotusblume

Eine Lotusblume, wohl halbfuß die Breite,
wuchs einsam im See und allein,
da treibt sie ein Windstoß heftig beiseite,
wo mag unsere Blume sein?

Vom Wasserspiegel verschwunden
- im Lenz hat sie ein Fischer gefunden,
2 Fuß weit weg von der Stelle,
wo einst sie geruht auf der Welle.

Nun sagt ob Ihr es wisst, wie tief das Wasser hier ist.

4. Aufgabenbeispiele

● Denk-/Knobelaufgaben

Sockenkombinatorik

Auf dem Trockenboden hängen 50 weiße und 50 schwarze Socken zum Trocknen. Sie hängen wild durcheinander. Abends möchte ich ausgehen und ein Paar dieser Socken anziehen. Mir ist es gleich, ob ich dabei ein Paar weiße oder ein Paar schwarze Socken trage. Da es auf dem Trockenboden dunkel ist, kann ich die Farbe der Socken nicht erkennen. Wie viele Socken muss ich mindestens holen um mit Sicherheit ein Paar von gleicher Farbe - egal ob schwarz oder weiß - zu haben?

Entfernungen

Peter wohnt 500 m von Franz entfernt.
Paul wohnt 1.000 m von Franz entfernt.
Wie weit wohnt Peter von Paul entfernt?

4. Aufgabenbeispiele

Flussüberquerung

Ein Wolf, ein Hase und ein Kohlkopf sollen mit einem Boot über einen Fluss gebracht werden ...

Beine im Bus

Sieben Kinder sitzen im Bus.

Jedes der sieben Kinder hat eine Katze im Rucksack.

Jede dieser sieben Katzen hat sieben Junge bekommen.

Wie viele Beine haben die Kinder und die Katzen zusammen?

Schachbrett und Reiskörner

Der Erfinder des Schachspiels soll angeblich für seine Erfindung folgenden Lohn gefordert haben: Für das 1. Feld 1 Reiskorn und für jedes weitere Feld doppelt soviel Körner wie für das vorangehende Feld.

Wie viele Reiskörner sind auf allen 64 Feldern zusammen?

Wie viel Tonnen Reis sind das?

4. Aufgabenbeispiele

Wüstenarithmetik

Ein Reiter auf einem Kamel kommt zu einer Oase, wo gerade der Vater von drei Brüdern gestorben ist. Er hinterließ 17 Kamele, dem Ältesten $\frac{1}{2}$, dem Zweiten $\frac{1}{3}$ und dem armen Jüngsten $\frac{1}{9}$. Der Reiter konnte gerade noch das Schlachten von 2 Kamelen verhindern. Er sagte: "Nehmt mein Kamel, und teilt dann, dann habt Ihr 18 Kamele". Die drei Brüder taten es, der Älteste bekam 9, der Zweite 6 und der Jüngste 2 Kamele, das sind 17 Kamele. Der Reiter nahm sein Kamel und ritt nach einem feinen Wüstenmahl von dannen. Wie gibt es denn so was??

Wüstenlogik

Der Reiter kommt später an eine weitere Oase, wo zwei Brüder leben, von denen einer immer lügt, der andere immer die Wahrheit sagt. Der Reiter hat sich verirrt und weiß, dass der Weg durch die Oase in einer Richtung in den sicheren Tod, in der anderen in die Stadt führt. Aber der Reiter darf nur eine einzige Frage an den Oasenbewohner, von dem er nur weiß, dass dieser einer der Brüder ist, stellen. Welche Frage muß er stellen, damit er sicher in die Stadt findet?

- "Welche Antwort würde mir dein Bruder geben, wenn ich ihn fragte, wo geht's in die Stadt?" und dann nimmt der Reiter genau die entgegengesetzte Richtung.

4. Aufgabenbeispiele

Wildwestknochelei - Zwei Cowboys und eine Mundharmonika

Zwei Cowboys treiben gemeinsam ihre x Kühe in die Stadt und verkaufen sie zu je x Dollar. Für den Erlös erwerben sie eine ungerade Anzahl von Schafen zu je 12 Dollar, und der Rest reicht gerade noch für ein Lamm. Dem Cowboy, der beim Teilen das Lamm erhält, schenkt der andere zum Ausgleich seine Mundharmonika.

Was kostet die Mundharmonika?

4. Aufgabenbeispiele

Von Leuten, die lügen und solchen, die die Wahrheit sprechen

Unendliche Weiten

Die Enterprise fliegt zu Forschungszwecken zum weitgehend unbekanntem Planeten Warlög. Man weiß bisher nur, dass sich das Volk in drei Stämme unterteilt, die Xurs, welche immer die Wahrheit sagen, die Polits, notorische Lügner, und die Yzys, die lügen oder die Wahrheit sagen, je nach Lust und Laune. Captain Picard und Lt. Com. Data beamen sich auf den Planeten und begegnen drei Einheimischen. Dem äußeren Erscheinungsbild nach zu urteilen ist jeder der drei Stämme vertreten.

Picard: „Von welchem Stamm seid ihr?“

Der erste sagt: „Der dritte ist ein Polit.“

Der zweite sagt: „Der erste ist ein Xur.“

Der dritte sagt: „Ich bin ein Yzy.“

Picard zu Data: „So kommen wir nicht weiter.“

Data blickt Picard verständnislos an: „Aber es ist doch offensichtlich, wer von welchem Stamm ist ...“

Nämlich?



4. Aufgabenbeispiele

Ein nettes Inselvolk –

Zur Verdeutlichung von „vollständiger Induktion“ mit etwas Denksport:

Auf einer Insel, weit entfernt, lebt ein nettes friedliches Volk. Eines der dortigen Gesetze sieht vor: „Erkennt eine Frau Ihren Ehemann als Ehebrecher, so hat sie ihn in der darauffolgenden Nacht um Mitternacht zu erschießen.“

In der Neujahrsmesse verkündet der Pfarrer: "... und ich sage Euch, mindestens ein Ehemann geht fremd ..."

Nun eröffnet am 1. Januar auf dieser Insel erstmals ein gemütliches Cafe, das von allen Frauen regelmäßig besucht wird. Mangels anderen Themen, wird sich dort über die Männer der anderen Frauen unterhalten, mit dem Ergebnis: Alle Frauen wissen, von allen anderen Frauen, ob deren Männer fremdgehen, oder nicht. Jedoch vom eigenen Ehemann wissen sie es nicht.

Am 8. Januar um Mitternacht ist erstmals ein lauter Schuss zu hören (könnten aber auch mehrere gleichzeitig sein).

- Frage:
1. Wie viele Männer wurden erschossen?
 2. Wie viele Männer starben unschuldig?
 3. Ist das Gesetz gerecht?

5. Ausblick



Wir sammeln weiter:

astrid.brinkmann@math-edu.de

**Herausgabe der gesammelten schönsten
Aufgaben als Anregung für Lehrer/innen u. a.**

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!